เกมการลบคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวก
A Subtractional Random Positive Intergers Order Pairs

โดย

นายบัญชา คงชาตรี

นางสาวมณฑิตา บุญเมือง

นางสาวณัฐกมล อิฟู

ครูที่ปรึกษา

ครูอาหนึ่ง ชูไวย

ครูอัมพร ณ น่าน

รายงานฉบับนี้เป็นส่วนประกอบของโครงงานคณิตศาสตร์

ประเภท การสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบาย ระดับ มัธยมศึกษาตอนปลาย

โรงเรียนเทิงวิทยาคม ต.เวียง อ.เทิง จ.เชียงราย 57160

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 36 (เชียงราย – พะเยา)

เนื่องในงานแข่งขันทักษะความสามารถทางวิชาการของนักเรียน

ประจำปีการศึกษา 2557

โรงเรียนเทิงวิทยาคม ต.เวียง อ.เทิง จ.เชียงราย 57160

กระทรวงการศึกษาธิการ

ปีการศึกษา 2557

โครงงานประเภทการสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบาย
เรื่อง เกมการบวกคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวก
(An Additional Random Positive Intergers Order Pairs)

คณะผู้ศึกษา

1. นายบัญชา คงชาตรี
2. นางสาวมณฑิตา บุญเมือง
3. นางสาวณัฐกมล อิฟู

ครูที่ปรึกษา

1. ครูอาหนึ่ง ชูไวย
2. ครูอัมพร ณ น่าน

สถานศึกษา โรงเรียนเทิงวิทยาคม อำเภอเทิง จังหวัดเชียงราย 57160

ปีการศึกษา 2557

บทคัดย่อ

การศึกษาในครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างทฤษฎีและกติกาหลักการเล่นเกมการลบคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวก ศึกษาจำนวนครั้งในการเล่นเกมการลบคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวกจากสถานการณ์จำลอง ศึกษาโอกาสของเหตุการณ์จากการเล่นเกมที่เกิดการแพ้หรือชนะจากสถานการณ์จำลอง ผลจากการศึกษา พบว่า ในการเล่นเกมจาก (a,b) เล่นต่อไปจน $a \geq 0$ หรือ $b \geq 0$ จะหยุดเล่นเกมโดยฝ่ายแพ้ คือ ฝ่ายที่มี่ค่า 0 ก่อน ในการเล่นเกมแต่ละครั้ง มีจำนวนครั้งทั้งหมดตั้งแต่ 2 ครั้งขึ้นไป แต่ไม่เกิน $x_{\max}$ ครั้ง และมีโอกาสแพ้ชนะเท่ากัน

คำสำคัญ: การสุ่ม, ค่ามากสุด, คู่อันดับ

กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาโครงงานคณิตศาสตร์ประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบาย เรื่อง เกมการลบคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวก (A Sutractional Random Positive Intergers Order Pairs) เล่มนี้ สำเร็จลุล่วงโดยได้รับความอนุเคราะห์อย่างดีจากครูอาหนึ่ง ชูไวย และครูอัมพร ณ น่าน ซึ่งได้กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำแนวคิดวิธีการและสละเวลาอันมีค่าแก้ไขข้อบกพร่องของเนื้อหา และสำนวนภาษาด้วยความเอาใจใสอย่างดียิ่ง คณะผู้ศึกษาขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณคณะผู้บริหารโรงเรียนเทิงวิทยาคมทุกท่าน หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และคณะครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเทิงวิทยาคมทุกท่านที่ให้การสนับสนุนการดำเนินการศึกษาโครงงานเล่มนี้จนสำเร็จด้วยดี

คุณค่าและสารัตถประโยชน์ อันพึงมาจากโครงงานคณิตศาสตร์เล่มนี้ในครั้งนี้ คณะผู้ศึกษาขอน้อมเป็นเครื่องบูชาพระคุณแด่ บิดา มารดา ตลอดจนครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่คณะผู้ศึกษาตลอดมา

คณะผู้ศึกษา

สารบัญ

สารบัญภาพ

สารบัญตาราง

ตาราง **หน้า**

บทที่ 1
บทนำ

ที่มาและความสำคัญ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของทุกคน โดยคนส่วนใหญ่มักมีความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องยากต่อการทำความเข้าใจและไม่อยากศึกษาต่อ อันเนื่องจากความคิดที่ว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องของหลักการทฤษฎีมีความซับซ้อน และไม่น่าสนใจ

เกมการลบคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวกที่คณะผู้ศึกษาได้ศึกษาขึ้นในครั้งนี้ เป็นเกมที่แทรกเนื้อหาความรู้ความเข้าใจในหลักการเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ และสร้างความเพลิดเพลินใฝ่รู้ใฝ่เรียนให้กับผู้เล่นต่อให้เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

วัตถุประสงค์

1. เพื่อสร้างทฤษฎีและกติกาหลักการเล่นเกมการลบคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวก
2. เพื่อศึกษาจำนวนครั้งในการเล่นเกมการลบคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวกจากสถานการณ์จำลอง
3. เพื่อศึกษาโอกาสของเหตุการณ์จากการเล่นเกมที่เกิดการแพ้หรือชนะจากสถานการณ์จำลอง

ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ทฤษฎีและหลักการเล่นเกมการลบคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวก
2. ทราบจำนวนครั้งในการลบคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวก
3. ทราบความเป็นไปได้ของโอกาสของเหตุการณ์ที่จะแพ้หรือชนะ
4. ได้พัฒนาเจตคติที่มีต่อวิชาวิทยาศาสตร์

ขอบเขตการศึกษา

ขอบเขตการศึกษาด้านเนื้อหา

ขอบเขตจำนวนเต็ม ความน่าจะเป็น เซตเบื้องต้น ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

ขอบเขตด้านระยะเวลา

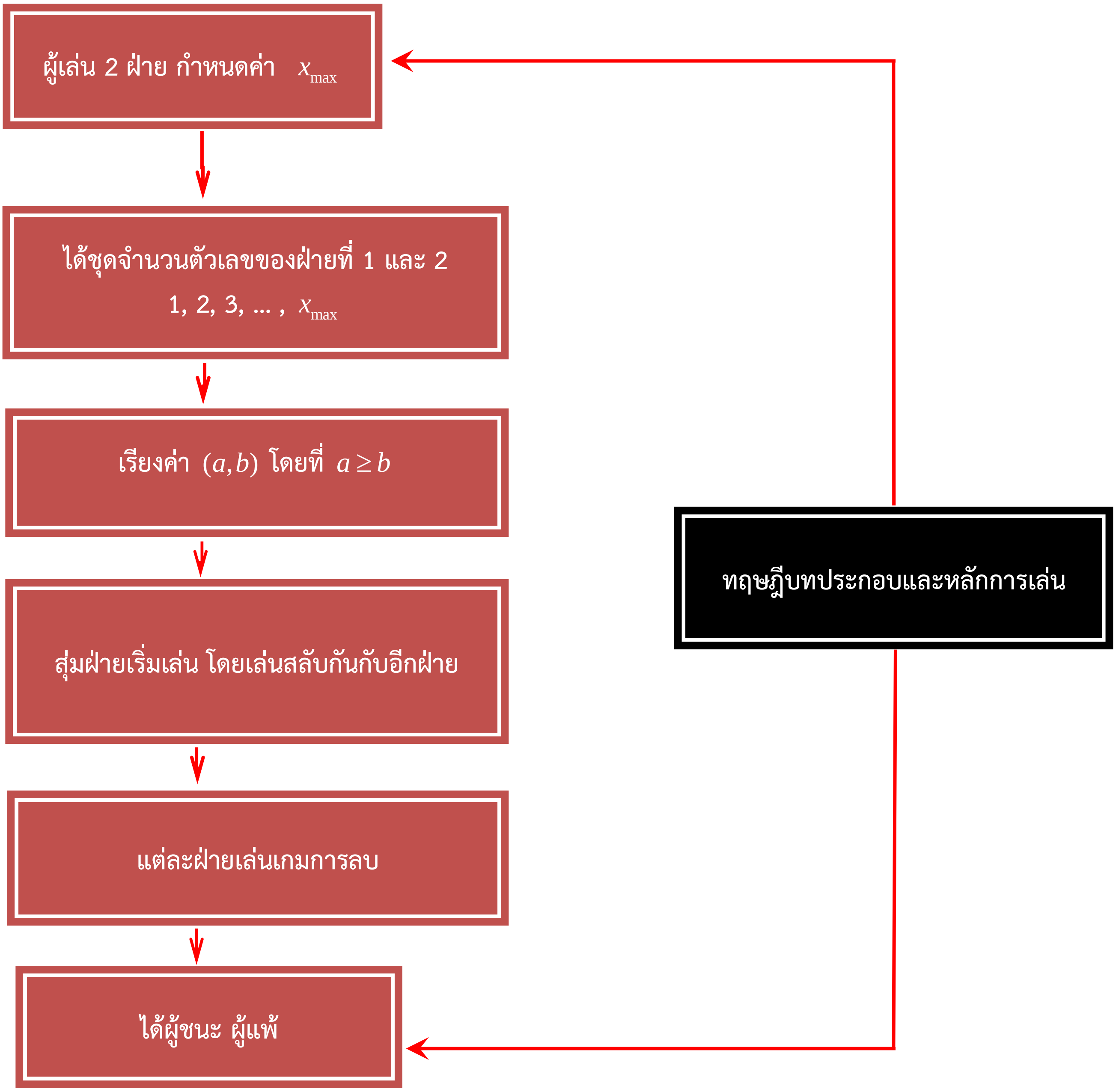
เดือนพฤษภาคม 2557- เดือนกรกฎาคม 2557

นิยามศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ที่ใช้ในการศึกษา

เกม	หมายถึง	เกมการลบคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวก
ค่ามากสุด	หมายถึง	จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดที่ได้จากการตกลงกันจากผู้เล่นสองฝ่าย แทนด้วย $x_{\max}$
ชุดตัวเลข	หมายถึง	จำนวนเต็มบวก $1, 2, ..., x_{\max}$
ผู้เล่น	หมายถึง	บุคคลหรือกลุ่มบุคคลที่เล่นเกมโดยแบ่งเป็น 2 ฝ่าย
การสุ่ม	หมายถึง	การสุ่มตัวเลขจากชุดจำนวนครั้งละ 1 ตัว แบบไม่ใส่คืน
คู่อันดับ	หมายถึง	คู่อันดับจากชุดตัวเลขที่สมาชิกตัวหน้าเป็นตัวเลขของผู้เล่นฝ่ายที่ 1 และสมาชิกตัวหลังเป็นของผู้เล่นฝ่ายที่ 2 แทนด้วย (a,b)
การลบ	หมายถึง	การดำเนินการแบบ $a-b$ จาก (a,b) โดยที่ $a \ge b$

กติกา	หมายถึง	กติกาการเล่นเกม
a'	หมายถึง	$a-b$
$x_{\max}$	หมายถึง	$\max M, M \subseteq \mathbb{N}$
สถานการณ์จำลอง	หมายถึง	เกมการแข่งขันที่มี $x_{\max} = 9$

กรอบแนวคิดการศึกษา



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการศึกษา

บทที่ 2

เอกสารที่เกี่ยวข้อง

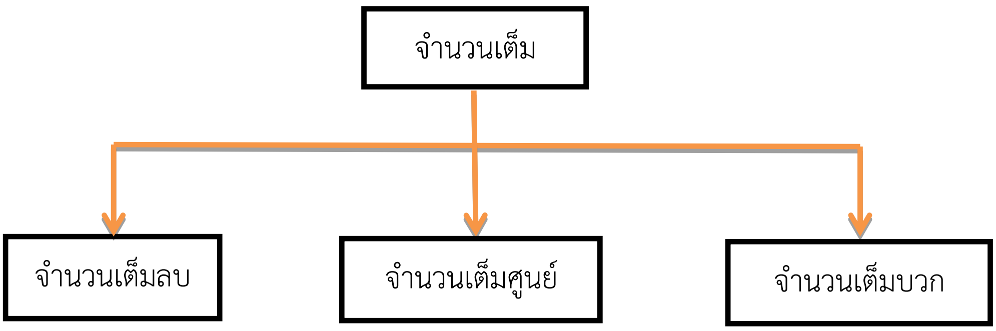
ในการดำเนินการศึกษาโครงงาน เรื่อง เกมการบวกคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวก ในครั้งนี้ คณะผู้ศึกษาได้ศึกษาหัวข้อความรู้เพื่อใช้ประกอบการศึกษา ดังนี้

1. ระบบจำนวนเต็ม
2. คู่อันดับ
3. ความน่าจะเป็นเบื้องต้น
4. เซต

ซึ่งแต่ละหัวข้อมีรายละเอียด ดังนี้

ระบบจำนวนเต็ม

1.1 จำนวนเต็มแบ่งได้ 3 ประเภท



ภาพที่ 2 ระบบจำนวนเต็ม

1.2 **ค่าสัมบูรณ์** คือ ผลต่างของจำนวนนับใดๆ กับ 0 เช่น | 3 | = 3 , | -10 | = 10

1.3 **การบวกจำนวนเต็ม**

การบวกจำนวนเต็มชนิดเดียวกันให้นำตัวเลขมาบวกกันแล้วผลบวกจะเป็นจำนวนเต็มชนิดนั้น เช่น 3+ 2 = 5 หรือ (-3) + (-2) = -5

การบวกจำนวนเต็มต่างชนิดให้นำตัวเลขมาลบกันแล้วผลบวกมีเครื่องหมายเหมือนจำนวนเต็มซึ่งมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า เช่น 3 + (-1) = 2 หรือ (-3) + 1 = -2

1.4 การลบจำนวนเต็ม

ทำได้โดยเปลี่ยนจากลบเป็นการบวกด้วยจำนวนตรงข้าม โดยที่ตัวตั้งยังคงมีค่าเท่าเดิม ขเช่น 3 – 9 คือ 3 + (-9) = -6

-12 – 8 คือ -12 + (-8) = -20

1.5 การคูณจำนวนเต็ม

การคูณจำนวนเต็มชนิดเดียวกันให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนทั้งสองมาคูณกันผลคูณเป็นจำนวนเต็มบวกเสมอ

เช่น $3 \times 6 = 18$ หรือ $(-3) \times (-6) = 18$

การคูณจำนวนเต็มต่างชนิดกันให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนทั้งสองมาคูณกัน ผลคูณเป็นจำนวนเต็มลบเสมอ

เช่น $3 \times (-6) = -18$ หรือ $(-3) \times 6 = -18$

1.6 การหารจำนวนเต็ม

การหารจำนวนเต็มชนิดเดียวกันให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนทั้งสองมาหารกันผลหารเป็นจำนวนเต็มบวกเสมอ

เช่น $6 \div 3 = 2$ หรือ $(-6) \div (-3) = 2$

การหารจำนวนเต็มต่างชนิดกันให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนทั้งสองมาหารกันผลหารเป็นจำนวนเต็มลบเสมอ

เช่น $(-6) \div 3 = -2$ หรือ $-6 \div (3) = -2$

1.7 สมบัติของ 0 และ 1

- 0 บวกกับจำนวนใดๆได้ผลลัพธ์เท่ากับจำนวนนั้น
- 0 คูณกับจำนวนใดๆได้ผลลัพธ์เท่ากับ 0 และ 1 คูณกับจำนวนใดๆ ได้ผลลัพธ์เท่ากับจำนวนนั้น
- 0 เป็นตัวตั้งหารด้วยจำนวนใดๆที่ไม่ใช่ 0 ผลลัพธ์เท่ากับ 0 และ 1 หารจำนวนใดๆได้ผลลัพธ์เท่ากับตัวตั้ง
- ถ้าผลคูณของสองจำนวนใดๆเท่ากับ 0 แสดงว่าจำนวนใดจำนวนหนึ่งต้องเป็น 0 หรือเป็น 0 พร้อมกัน

2. คู่อันดับ

คู่อันดับ (Ordered Pairs) คือ สัญลักษณ์ที่แสดงการจับคู่กันระหว่างสิ่ง 2 สิ่ง เช่น ระยะทางกับเวลา ถ้าเราจะแสดงการจับคู่ระยะทาง (กิโลเมตร) กับเวลา (ชั่วโมง) เราจะเขียนระยะทางกับเวลาลงในวงเล็บเล็ก และคั่นด้วยเครื่องหมายจุลภาค เช่น (200, 4) จะหมายถึงระยะทาง 200 กิโลเมตร ต้องใช้เวลา 4 ชั่วโมง เป็นต้น คู่อันดับ ประกอบด้วยสมาชิก 2 ตัว คือ สมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง หรือสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สอง **ตัวอย่างของคู่อันดับ** (a, b) อ่านว่า คู่อันดับ เอบี

a เป็นสมาชิกตัวหน้าหรือสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ (a, b)

b เป็นสมาชิกตัวหลังหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ (a, b)

3. ความน่าจะเป็นเบื้องต้น

การทดลองสุ่ม คือ การทดลองที่ไม่สามารถทำนายผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นได้ และถึงแม้จะทราบว่าอาจจะเกิดอะไรได้บ้าง แต่ก็ไม่สามารถควบคุมได้ เช่น การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง เป็นการทดลองสุ่ม เนื่องจาก ไม่สามารถทำนายผลลัพธ์ล่วงหน้าได้ ถึงแม้ว่าจะทราบว่าผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นได้ คือ หัว หรือ ก้อย แต่ไม่สามารถควบคุมได้

แซมเปิลสเปซ คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม และจะถูกเขียนแทนด้วย S

ข้อสังเกต

1. แซมเปิลสเปซเป็นเซตเสมอ
2. ในการทดลองสุ่มเดียวกัน อาจจะมีแซมเปิลสเปวได้หลายแบบ ซึ่งขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่เราสนใจว่าต้องการหรือสนใจสิ่งใด

เหตุการณ์ (Event) ในการทดลองสุ่มบางครั้งเราสนใจเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นมากกว่าที่จะสนใจแต่ละผลลัพธ์ในแซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ต่างๆ นี้เป็นเซตของผลลัพธ์ ดังนั้น เหตุการณ์ คือ เซตย่อยของแซมเปิลสเปซ ให้ S แทนแซมเปิลสเปซ ซึ่งเป็นเซตจำกัด และ E แทนเหตุการณ์ เราจะให้ n(S) = จำนวนผลลัพธ์ใน S และ n(E) = จำนวนผลลัพธ์ใน E โดยที่ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

4. เซต

เซต หมายถึง กลุ่มของสิ่งของ(รูปหรือนาม) ที่ต่างกันซึ่งจะต้องกำหนดชัดเจน (well-defined) เพื่อให้ตัดสินได้ว่าสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นสมาชิกของเซตที่กำลังพิจารณาหรือไม่

สัญลักษณ์ $a \in S$ อ่านว่า a เป็นสมาชิกของเซต S

$a \notin S$ อ่านว่า a ไม่เป็นสมาชิกของเซต S

ปกติจะใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวใหญ่แทนเซต และอักษรตัวเล็กแทนสมาชิกของเซ็ต

วิธีกำหนดเซต

- แบบแจกแจงสมาชิก (Enumeration) เช่น
  S={1, 2 , 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
- แบบใช้ภาคแสดง (Predicate form) เขียนในรูป
  S = { x / P(x) } อ่านว่า S คือเซตของทุก x ที่มีคุณสมบัติ P
  S = { x / x เป็นจำนวนเต็มบวก 10 ตัวแรก}

ตัวอย่าง ให้ V แทนเซตของสระในภาษาอังกฤษ

V = {a, e, I, o, u}

ตัวอย่าง ให้ Oแทนเซตของเลขจำนวนเต็มบวกคี่ที่มีค่าน้อยกว่า 10 จะเขียนแทนด้วย

O = {1, 3, 5, 7, 9}

ข้อตกลง ต่อไปจะเขียนสัญลักษณ์แทนเซตที่ใช้บ่อยดังนี้

$\varnothing$ = เซตว่าง

R = เซตของจำนวนจริง

N = เซตของจำนวนเต็มธรรมชาติ

Z = เซตของจำนวนเต็ม

Z^+= เซตของจำนวนบวก

นิยาม ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ เรากล่าวว่า เซต A เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย A = B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกของเซต A และ B เหมือนกันทุกตัว

ตัวอย่าง

$X = \{ 1,3,5,6 \}$ $Y = \{ 6, 3, 1, 5, 6 \}$ จะได้ว่า $X = Y$

นิยาม ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ เรากล่าวว่า เซต A เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subseteq B$ ก็ต่อเมื่อทุกสมาชิกของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

บทที่ 3
วิธิการดำเนินการศึกษา

1. ตารางการดำเนินงาน

ตารางที่ 1 ตารางการดำเนินงาน

ที่	วัน เดือน ปี	กิจกรรม การดำเนินการศึกษา	ผู้รับผิดชอบ
1	3 ก.ค. 2557	คัดเลือกหัวข้อโครงงาน	คณะผู้ศึกษาทุกคน
2	4 ก.ค. 2557	ส่งหัวข้อโครงงานปรึกษาครูที่ปรึกษา	คณะผู้ศึกษาทุกคน
3	5 ก.ค. 2557	กำหนดแนวทางและขอบเขตของการศึกษาร่วมกับครูที่ปรึกษา	คณะผู้ศึกษาทุกคนและครูที่ปรึกษา
4	6 ก.ค. 2557	ทบทวนความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนเต็มและความน่าจะเป็นเบื้องต้น	คณะผู้ศึกษาทุกคนและครูที่ปรึกษา
5	12 ก.ค. 2557	ศึกษาความรู้เรื่อง ทฤษฎีเกมทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย	คณะผู้ศึกษาทุกคนและครูที่ปรึกษา
6	16-19 ก.ค.2557	ศึกษารูปแบบของการหาวิธีการเล่นเกมร่างกติกาการเล่นเกม ทดลองเล่นเกมจริง	คณะผู้ศึกษาทุกคนและครูที่ปรึกษา
7	20-27 ก.ค.2557	สรุปการศึกษารวบรวมข้อค้นพบความรู้ ทฤษฎี หลักการ แนวคิด ระเบียบวิธี และผลลัพธ์จากการศึกษาต่อครูที่ปรึกษาเพื่อรับการวิพากษ์และแก้ไขจากครูที่ปรึกษา	คณะผู้ศึกษาทุกคน
8	2 ก.ค. 2557	จัดพิมพ์รูปเล่มโครงงาน	คณะผู้ศึกษาทุกคน
9	5 ก.ค. 2557	จัดทำบอร์ดนำเสนอโครงงานและแผ่นพับแนะนำโครงงาน	คณะผู้ศึกษาทุกคน
10	6-8 ก.ค. 2557	จัดทำแผ่นโปสเตอร์นำเสนอโครงงาน/แนะนำโครงงาน	คณะผู้ศึกษาทุกคน

2. ลำดับการดำเนินงาน

ข้อกำหนดเบื้องต้นของเกม วิธีการเล่นเกมต่อจากนั้นร่างกติกาการเล่นเกมสร้างทฤษฎีบทประกอบการเล่นและหาจำนวนครั้งในการเล่นเกม เมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้และศึกษาโอกาสของความน่าจะเป็นของการแพ้หรือชนะจากการเล่นเกมเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้

3. สร้างทฤษฎีประกอบการเล่นเกม

4. หาจำนวนครั้งในการเล่นเกมเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้

5. ศึกษาโอกาสของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ความน่าจะเป็นของการแพ้หรือชนะจากการเล่นเกมเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้

บทที่ 4
ผลการดำเนินการศึกษา

จากผลการดำเนินการศึกษาโครงงานประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบาย เรื่อง เกมการบวกคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวกในครั้งนี้ คณะผู้ศึกษาได้ผลการศึกษาแบ่งเป็น 4 ตอน ตามลำดับดังนี้

ตอนที่ 1 กติกาการเล่นเกม

ตอนที่ 2 ทฤษฎีบทประกอบการเล่นเกม

ตอนที่ 3 ตารางแสดงผลการหาจำนวนครั้งในการเล่นเกมเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้

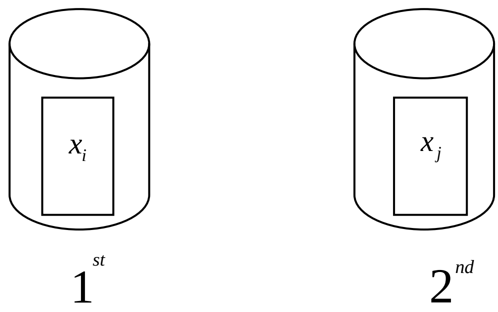
ตอนที่ 4 ตารางแสดงโอกาสของเหตุการณ์ความน่าจะเป็นที่จะแพ้หรือชนะเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้

ซึ่งแต่ละตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 กติกาการเล่นเกม

กติกาการเล่นเกม

1. แบ่งผู้เล่นออกเป็น 2 ฝ่าย ฝ่ายละกี่คนก็ได้ จำนวนคนของแต่ละฝ่ายจะเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้
2. กำหนด $x_{\max}$
3. แต่ละฝ่ายจับสลากหมายเลขสุ่ม จากชุดจำนวนฝ่ายละ 1 หมายเลข



4. นำ x_i มาเปรียบเทียบกับ x_j
   - ถ้า $x_i > x_j$ ให้ฝ่าย x_i เป็น a และให้ฝ่าย x_j เป็น b
   - ถ้า $x_i < x_j$ ให้ฝ่าย x_i เป็น b และให้ฝ่าย x_j เป็น a
   - ถ้า $x_i = x_j$ จับใหม่โดยที่ $x_i \neq x_j$ (กรณี $x_i = x_j$ หมายถึงจำนวนในการเล่นเป็น 0)
5. เริ่มเล่นเกม

   จากค่าของ a และ b จะได้ (a,b) โดยให้ a เริ่มเล่นก่อน

วิธีการเล่น จาก $a>b$

ครั้งที่ 1 $(a-b,b)=(a',b)$ ถ้า $a'\neq 0$ เล่นต่อ

ถ้า $a'=0$ หยุด, แพ้

ครั้งที่ 2 เปรียบเทียบ a' กับ b

- ถ้า $a'\geq b$ ให้ a' เป็น a_1 และ b เป็น b_1 โดยให้ $a_k\geq b_k$ เสมอ
- ถ้า $a'<b$ สลับค่าให้ a' เป็น b_1 และ b เป็น a_1 โดยให้ $a_k\geq b_k$ เสมอ
- จะได้ $(a_1-b_1,b_1)=(a_1',b_1)$ ถ้า $a_1'\neq 0$ เล่นต่อ

ถ้า $a_1'=0$ หยุด, แพ้

.

.

.

เล่นอย่างนั้นต่อไปเรื่อยๆ จนค่า $(a_k,0)$ หรือ $(0,b_k)$ จะหยุดเล่นเกมโดยฝ่ายแพ้ คือ ฝ่ายที่มีผลการเล่นเป็น $(a_k,0)$ หรือ $(0,b_k)$

ตอนที่ 2 ทฤษฎีบทประกอบการเล่นเกม

ทฤษฎีบท 1 กำหนดให้ $M=\{x_1,x_2,...,x_{\max}\}$ และ $M\subseteq\mathbb{N}$ แล้ว $|x_i-x_j|\geq 0$

การพิสูจน์

เนื่องจาก $M\subseteq\mathbb{N}$ ทำให้ได้ว่า $\forall x_i,x_j[x_i,x_j\geq 0]$ ซึ่งจะแสดงการพิสูจน์เป็นกรณีดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> $x_i=x_j$

กำหนดให้ $x_i=a$ และ $x_j=b$ จะได้ $a=b$

ซึ่ง

$$a-a=0$$
$$a-b=0$$

ดังนั้น $|x_i-x_j|\geq 0$

<u>กรณีที่ 2</u> $x_i\neq x_j$

จาก $x_i\neq x_j$

ดังนั้น $|x_i-x_j|\geq 0$

ทฤษฎีบทประกอบ 1 กำหนดให้ $M=\{x_1,x_2,...,x_{\max}\}$ โดยที่ $x_i \neq x_j, x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_j ... \leq x_i ... \leq x_{\max}$ และ $M \subseteq \mathbb{N}$ แล้ว $x_i - x_j \geq 0$

การพิสูจน์

จากทฤษฎีบท 1 จะได้ $|x_i - x_j| \geq 0$ และ $x_j \leq x_i$ ดังนั้น $x_i - x_j \geq 0$

นิยาม 1 ในการเริ่มเล่นเกมครั้งแรก เมื่อสุ่มจับตัวเลขสุ่ม $x_i, x_j \in M \subseteq \mathbb{N}$ สองตัวใดๆ จะต้องให้ $x_i \neq x_j$ เสมอ และให้ค่าที่มีค่ามากกว่าเป็น a และค่าที่มีค่าน้อยกว่าเป็น b

นิยาม 2 สำหรับทุกเลขสุ่ม $a,b \in M \subseteq \mathbb{N}$ สองตัวใดๆ ให้ $a' = a-b$

นิยาม 3 สำหรับทุกเลขสุ่ม $a,b \in M \subseteq \mathbb{N}$ ที่ $a' = a-b, a' \geq b$

นิยาม 4 การเล่นเกมครั้งแรกในกรณีที่จับสลากได้เลขสุ่ม $a=b$ ให้นับจำนวนครั้งในการเล่นเป็น 0 ครั้ง

ทฤษฎีบท 2 จำนวนครั้งทั้งหมดในการเล่นเกมมีค่าตั้งแต่ 2 ครั้งขึ้นไป

การพิสูจน์

สมมติว่าการเล่นเกมครั้งหนึ่งๆ มีจำนวนครั้งเพียงครั้งเดียวเท่านั้น (uniqueness) นั่นคือ $a-b=0$ จากทฤษฎีบทประกอบ 1 เราทราบว่าสำหรับทุก $a,b \in M \subseteq \mathbb{N}$ และ $a \neq b$ แล้ว $a-b>0$ ซึ่งขัดแย้ง ดังนั้น จำนวนครั้งทั้งหมดในการเล่นเกม มีค่าตั้งแต่ 2 ครั้งขึ้นไป

ตอนที่ 3 ตารางแสดงผลการหาจำนวนครั้งในการเล่นเกมเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้

ตารางที่ 2 ตารางแสดงผลการหาจำนวนครั้งในการเล่นเกมเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้ กรณีสถานการณ์จำลอง ซึ่งมีสถานการณ์ใดๆ มาให้ ซึ่งมี $x_{\max} = 9$

b \ a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	0	3	2	4	3	5	4	6
3	3	3	0	4	4	2	5	5	3
4	4	2	4	0	5	3	5	2	6
5	5	4	4	5	0	6	5	5	6
6	6	3	2	3	6	0	7	4	3
7	7	5	5	5	5	7	0	8	6
8	8	4	5	2	5	4	8	0	9
9	9	6	3	6	6	3	6	9	0

จากตารางที่ 2 พบว่าจำนวนครั้งในการเล่นเกมทั้งหมดจากสถานการณ์จำลองของคู่อันดับสุ่ม (a,b) เมื่อ $x_k - x_l = x_l - x_k$ จำนวนครั้งในการเล่นเกมทั้งหมดจะเท่ากันเสมอ ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ตารางแสดงจำนวนครั้งทั้งหมดในการเล่นเกม เมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้ กรณีสถานการณ์จำลอง ซึ่งมี $x_{\max} = 9$

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th colspan="2">ผู้แข่งขัน</th><th rowspan="2">จำนวนครั้งทั้งหมด
ของการแข่งขัน</th></tr>
<tr><th>ฝ่ายที่ 1</th><th>ฝ่ายที่ 2</th></tr>
<tr><td rowspan="8">คู่อันดับสุ่ม</td><td>(1,2)</td><td>(2,1)</td><td>2</td></tr>
<tr><td>(1,3)</td><td>(3,1)</td><td>3</td></tr>
<tr><td>(1,4)</td><td>(4,1)</td><td>4</td></tr>
<tr><td>(1,5)</td><td>(5,1)</td><td>5</td></tr>
<tr><td>(1,6)</td><td>(6,1)</td><td>6</td></tr>
<tr><td>(1,7)</td><td>(7,1)</td><td>7</td></tr>
<tr><td>(1,8)</td><td>(8,1)</td><td>8</td></tr>
<tr><td>(1,9)</td><td>(9,1)</td><td>9</td></tr>
</table>

ตารางที่ 3 ตารางแสดงจำนวนครั้งทั้งหมดในการเล่นเกม เมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้ กรณีสถานการณ์จำลอง ซึ่งมี $x_{\max} = 9$

	ผู้แข่งขัน		**จำนวนครั้งทั้งหมดของการแข่งขัน**
	ฝ่ายที่ 1	**ฝ่ายที่ 2**	
คู่อันดับสุ่ม	(2,3)	(3,2)	3
	(2,4)	(4,2)	2
	(2,5)	(5,2)	4
	(2,6)	(6,2)	3
	(2,7)	(7,2)	5
	(2,8)	(8,2)	4
	(2,9)	(9,2)	6
	(3,4)	(4,3)	4
	(3,5)	(5,3)	4
	(3,6)	(6,3)	2
	(3,7)	(7,3)	5
	(3,8)	(8,3)	5
	(3,9)	(9,3)	3
	(4,5)	(5,4)	5
	(4,6)	(6,4)	3
	(4,7)	(7,4)	5
	(4,8)	(8,4)	2
	(4,9)	(9,4)	6
	(5,6)	(6,5)	6
	(5,7)	(7,5)	5
	(5,8)	(8,5)	5
	(5,9)	(9,5)	6
	(6,7)	(7,6)	7
	(6,8)	(8,6)	4
	(6,9)	(9,6)	3
	(7,8)	(8,7)	8
	(7,9)	(9,7)	6
	(8,9)	(9,8)	9

ตารางที่ 4 ตารางแสดงการเล่นเกมเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้ กรณีสถานการณ์จำลอง ซึ่งมี $x_{\max} = 9$ ของฝ่ายที่ 1

ฝ่ายที่ 2 เลือกเลข	ชนะเมื่อเลือกเลข	โอกาสแพ้เมื่อเลือกเลข
1	2 , 4 , 6, 8	3 , 5 , 7, 9
2	1 , 4 , 5 , 8 , 9	3 , 6 , 7
3	4 , 5 , 6	1 , 2 , 7 , 8 , 9
4	1 , 2 , 3 , 8 , 9	5 , 6 , 7
5	2 , 4 , 6, 8	1 , 3 , 7, 8
6	1 , 3 , 5, 8	2 , 4 , 7, 9
7	8 , 9	1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6
8	1 , 2 , 4 , 6 , 7	3 , 5 , 9
9	2 , 4 , 5, 7	1 , 3 , 6, 8

ตารางที่ 5 ตารางแสดงการเล่นเกมเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้ กรณีสถานการณ์จำลอง ซึ่งมี $x_{\max} = 9$ ของฝ่ายที่ 2

ฝ่ายที่ 1 เลือกเลข	ชนะเมื่อเลือกเลข	โอกาสแพ้เมื่อเลือกเลข
1	3, 5, 7 ,9	2 , 4 , 6, 8
2	3 , 6 , 7	1 , 4 , 5 , 8 , 9
3	1 , 2 , 7 , 8 , 9	4 , 5 , 6
4	5 , 6 , 7	1 , 2 , 3 , 8 , 9
5	1 , 3 , 7, 8	2 , 4 , 6, 8
6	2 , 4 , 7, 9	1 , 3 , 5, 8
7	1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6	8 , 9
8	3 , 5 , 9	1 , 2 , 4 , 6 , 7
9	1 , 3 , 6, 8	2 , 4 , 5, 7

ตารางที่ 6 ตารางแสดงความน่าจะเป็นของการชนะ การแพ้จากการเล่นเกมเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้ของฝ่ายที่ 1 เมื่อฝ่ายที่ 2 เลือกเลขต่างๆ กรณีสถานการณ์จำลอง ซึ่งมี $x_{\max} = 9$

ฝ่ายที่ 2 เลือกเลข	โอกาศชนะ	โอกาสแพ้
1	1/2	1/2
2	5/8	3/8
3	3/8	5/8
4	5/8	3/8
5	1/2	1/2
6	1/2	1/2
7	1/4	3/4
8	5/8	3/8
9	1/2	1/2

ตารางที่ 6 ตารางแสดงความน่าจะเป็นของการชนะ การแพ้จากการเล่นเกมเมื่อกำหนดสถานการณ์ใดๆ มาให้ของฝ่ายที่ 2 เมื่อฝ่ายที่ 1 เลือกเลขต่างๆ กรณีสถานการณ์จำลอง ซึ่งมี $x_{\max} = 9$

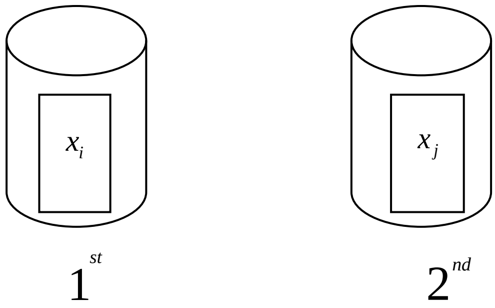
ฝ่ายที่ 1 เลือกเลข	โอกาศชนะ	โอกาสแพ้
1	1/2	1/2
2	3/8	5/8
3	5/8	3/8
4	3/8	5/8
5	1/2	1/2
6	1/2	1/2
7	3/4	1/4
8	3/8	5/8
9	1/2	1/2

บทที่ 5
สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ

จากการดำเนินการศึกษาโครงงาน คณิตศาสตร์เชิงทฤษฎีหรือคำอธิบาย เรื่อง เกมการบวกคู่อันดับจากการสุ่มจำนวนเต็มบวกในครั้งนี้ คณะผู้ศึกษาได้ข้อสรุปของผลการศึกษาดังนี้

1. กติกาการเล่นเกม

1. แบ่งผู้เล่นออกเป็น 2 ฝ่าย ฝ่ายละกี่คนก็ได้ จำนวนคนของแต่ละฝ่ายจะเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้
2. กำหนด $x_{\max}$
3. แต่ละฝ่ายจับสลากหมายเลขสุ่ม จากชุดจำนวนฝ่ายละ 1 หมายเลข



4. นำ x_i มาเปรียบเทียบกับ x_j
   - ถ้า $x_i > x_j$ ให้ฝ่าย x_i เป็น a และให้ฝ่าย x_j เป็น b
   - ถ้า $x_i < x_j$ ให้ฝ่าย x_i เป็น b และให้ฝ่าย x_j เป็น a
   - ถ้า $x_i = x_j$ จับใหม่โดยที่ $x_i \neq x_j$ (กรณี $x_i = x_j$ หมายถึงจำนวนในการเล่นเป็น 0)
5. เริ่มเล่นเกม

   จากค่าของ a และ b จะได้ (a,b) โดยให้ a เริ่มเล่นก่อน

วิธีการเล่น จาก $a > b$

ครั้งที่ 1 $(a-b,b)=(a',b)$ ถ้า $a' \neq 0$ เล่นต่อ

ถ้า $a' = 0$ หยุด, แพ้

ครั้งที่ 2 เปรียบเทียบ a' กับ b

- ถ้า $a' \geq b$ ให้ a' เป็น a_1 และ b เป็น b_1 โดยให้ $a_k \geq b_k$ เสมอ
- ถ้า $a' < b$ สลับค่าให้ a' เป็น b_1 และ b เป็น a_1 โดยให้ $a_k \geq b_k$ เสมอ

- จะได้ $(a_1 - b_1, b_1) = (a_1', b_1)$ ถ้า $a_1' \neq 0$ เล่นต่อ

ถ้า $a_1' = 0$ หยุด, แพ้

.

.

.

เล่นอย่างนั้นต่อไปเรื่อยๆ จนค่า $(a_k, 0)$ หรือ $(0, b_k)$ จะหยุดเล่นเกมโดยฝ่ายแพ้ คือ ฝ่ายที่มีผลการเล่นเป็น $(a_k, 0)$ หรือ $(0, b_k)$

2. ทฤษฎีบท นิยาม ประกอบการเล่นเกม

ทฤษฎีบท 1 กำหนดให้ $M = \{x_1, x_2, ..., x_{\max}\}$ และ $M \subseteq \mathbb{N}$ แล้ว $| x_i - x_j | \geq 0$

ทฤษฎีบทประกอบ 1 กำหนดให้ $M = \{x_1, x_2, ..., x_{\max}\}$ โดยที่ $x_i \neq x_j, x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_j ... \leq x_i ... \leq x_{\max}$ และ $M \subseteq \mathbb{N}$ แล้ว $x_i - x_j \geq 0$

นิยาม 1 ในการเริ่มเล่นเกมครั้งแรก เมื่อสุ่มจับตัวเลขสุ่ม $x_i, x_j \in M \subseteq \mathbb{N}$ สองตัวใดๆ จะต้องให้ $x_i \neq x_j$ เสมอ และให้ค่าที่มีค่ามากกว่าเป็น a และค่าที่มีค่าน้อยกว่าเป็น b

นิยาม 2 สำหรับทุกเลขสุ่ม $a, b \in M \subseteq \mathbb{N}$ สองตัวใดๆ ให้ $a' = a - b$

นิยาม 3 สำหรับทุกเลขสุ่ม $a, b \in M \subseteq \mathbb{N}$ ที่ $a' = a - b, a' \geq b$

นิยาม 4 การเล่นเกมครั้งแรกในกรณีที่จับสลากได้เลขสุ่ม $a = b$ ให้นับจำนวนครั้งในการเล่นเป็น 0 ครั้ง

ทฤษฎีบท 2 จำนวนครั้งทั้งหมดในการเล่นเกมมีค่าตั้งแต่ 2 ครั้งขึ้นไป

3. จำนวนครั้งของการเล่นเกม

ในการเล่นเกมแต่ละครั้ง มีจำนวนครั้งทั้งหมดตั้งแต่ 2 ครั้งขึ้นไป แต่ไม่เกิน $x_{\max}$ ครั้ง

4. โอกาสของการชนะ การแพ้

เกมนี้มีโอกาสชนะและแพ้เท่ากัน

ข้อเสนอแนะจากการดำเนินการศึกษาในครั้งนี้และครั้งต่อไป

1. ควรใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์/วิศวกรรมศาสตร์/สถิติ ช่วยสร้างแบบจำลองประกอบการทดลองเพื่อให้เห็นรูปแบบการทดลองที่ชัดเจนมากขึ้น
2. ควรศึกษาค่า $x_{\max}$ หลายๆ ค่า จนทำให้เกิดรูปแบบทั่วไป (general form)

บรรณานุกรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.**หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.** พิมพ์ครั้งที่ 3. คุรุสภาลาดพร้าว : กรุงเทพฯ, 2548.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.**หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. พิมพ์ครั้งที่ 2. คุรุสภาลาดพร้าว : กรุงเทพฯ, 2541.

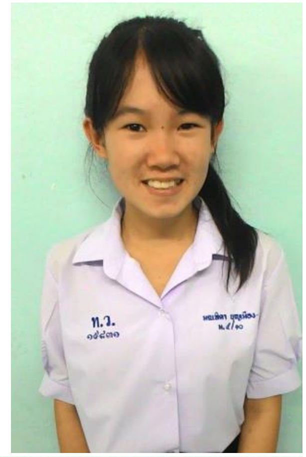
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.**หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.** พิมพ์ครั้งที่ 3. คุรุสภาลาดพร้าว : กรุงเทพฯ, 2548.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ประวัติผู้จัดทำ

ประวัติส่วนตัว



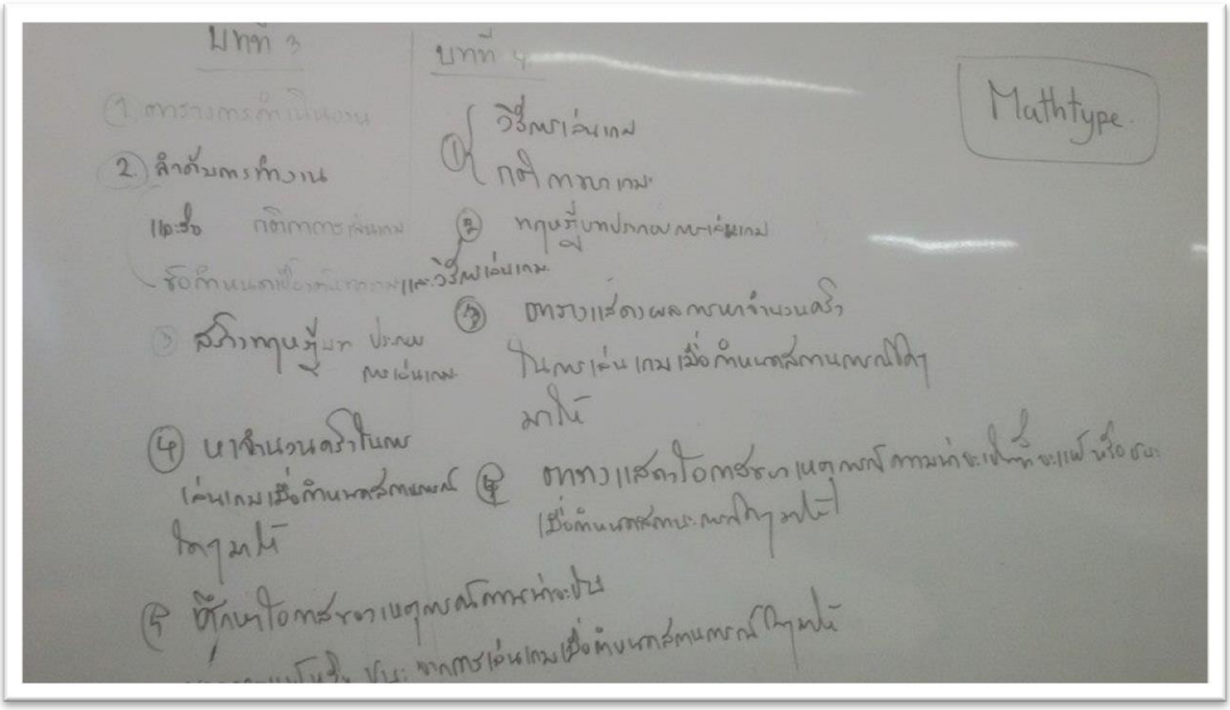
ชื่อ นางสาวมณฑิตา บุญเมือง
วันเกิด 30 กันยายน 2540
ที่อยู่ 111 หมู่ 4 บ้านพระเนตร ต.ต้า อ.ขุนตาล จ.เชียงราย 57340
ประวัติการศึกษา ระดับประถมศึกษา โรงเรียนอนุบาลบ้านพระเนตร
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนเทิงวิทยาคม
ปัจจุบันกำลังศึกษา ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทิงวิทยาคม ต.เวียง อ.เทิง จ.เชียงราย
คติ ทำวันนี้ให้ดีที่สุด

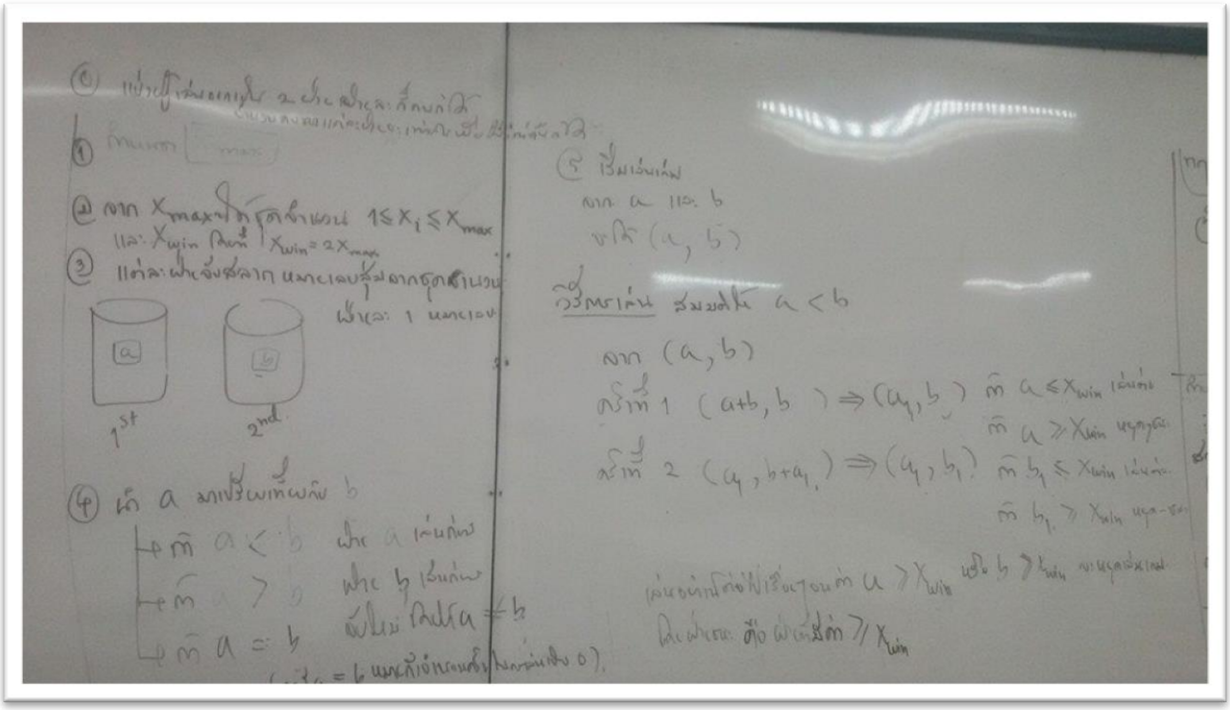
ชื่อ นางสาวณัฐกมล อิฟู
วันเกิด 15 กุมภาพันธ์ 2540
ที่อยู่ 142 หมู่ 8 บ้านยางฮอม ต.ยางฮอม อ.ขุนตาล จ.เชียงราย 57340
ประวัติการศึกษา ระดับประถมศึกษา โรงเรียนอนุบาลยางฮอม
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนเทิงวิทยาคม
ปัจจุบันกำลังศึกษา ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทิงวิทยาคม ต.เวียง อ.เทิง จ.เชียงราย
คติ ทุกย่างก้าวคือความสำเร็จ

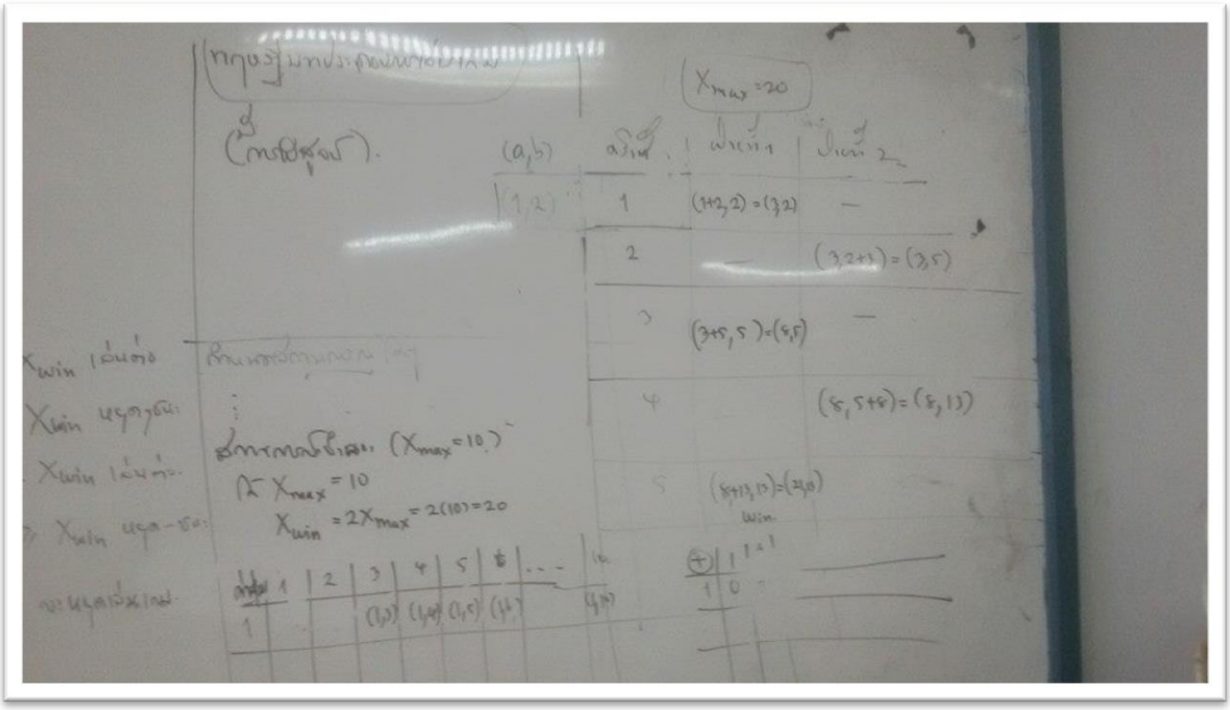
ชื่อ นายบัญชา คงชาตรี
วันเกิด 16 กันยายน 2540
ที่อยู่ 30/1 หมู่ 13 บ้านรักถิ่นไทย ต.ตับเต่า อ.เทิง จ.เชียงราย 57160
ประวัติการศึกษา ระดับประถมศึกษา โรงเรียนกิตติคุณเทิงวิทยา
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนเทิงวิทยาคม
ปัจจุบันกำลังศึกษา ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทิงวิทยาคม ต.เวียง อ.เทิง จ.เชียงราย
คติ เป้าหมายมีไว้พุ่งชน

ภาคผนวก ข

ประมวลภาพการดำเนินการศึกษา


บทที่ 3
บทที่ 4
Mathtype


1st
2nd


Xmax = 20
(a,b)
(1,2)
(1+2,2) = (3,2)
(3,2+3) = (3,5)
(3+5,5) = (8,5)
(8,5+8) = (8,13)
Xmax = 10
Xwin = 2Xmax = 2(10) = 20
win

ภาคผนวก ข

ประมวลภาพการดำเนินการศึกษา